Pregunta N.° 1

Indique la secuencia correcta después de determinar si cada proposición es verdadera (V) o falsa (F).

I. En un conjunto de 4 números cuyo máximo común divisor es igual a 1, entonces dichos números son primos dos a dos.
II. Si a y b son números primos entonces $a+b$ también es primo.
III. Si $a > 3$, siendo a primo, entonces a es de la forma $a=6k+1$ o $a=6k-1$, con $k \in \mathbb{N}$.

Rpta.:

FFV

Pregunta N.° 2

Sean N y M números naturales. Al extraer la raíz cúbica al número $2N+M$ y al extraer la raíz cuadrada al número $N-M$, tienen como residuo cero y ambas raíces son iguales. Determine la suma de las cifras del mayor N menor que cien que satisface tal propiedad.

Rpta.:

12

Pregunta N.° 3

Sea $\mathbb{Q}$ el conjunto de los números racionales, luego todos los valores racionales posibles de x de manera que

$$\sqrt{x^2+x+3}$$

sea racional, son de la forma:

Rpta.:

$$\frac{3-q^2}{2q-1},\ q \in \mathbb{Q} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$$

Pregunta N.° 4

Señale la alternativa correcta después de determinar si cada proposición es verdadera (V) o falsa (F), según el orden dado.

I. Existen números positivos a, b, c, d que forman una proporción geométrica discreta y armónica discreta a la vez.
II. Es posible encontrar dos números que están en relación de 3 a 5 cuya diferencia es 200.
III. Existen números positivos a, b, c, d que forman una proporción geométrica discreta y aritmética discreta a la vez.

Rpta.:

VVV

Pregunta N.° 5

La probabilidad de que haya un temblor en Chile es 0,8 y la probabilidad de que haya un temblor en Perú, dado que hubo uno en Chile es 0,4. Determine la probabilidad de que sucedan ambos eventos.

Rpta.:

0,32

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO CREEMOS EN LA EDUCACIÓN

Pregunta N.° 6

Sea el número $N=\overline{4a(a+b)b}_{(12)}$. Se afirma

I. Existen valores para a y b tal que la división $N \div 12$ es exacta.

II. Existen valores para a y b tal que la división $N \div 9$ es exacta.

III. Existen valores para a y b tal que la división $N \div 1000$ es exacta.

¿Cuáles de las afirmaciones son las correctas?

Rpta.:

I y II

Pregunta N.° 7

Indique la alternativa correcta después de determinar si cada proposición es verdadera (V) o falsa (F), según el orden dado.

I. El producto de dos números enteros es un número natural.

II. La suma de todos los elementos del conjunto de los números enteros siempre es cero.

III. El cociente de dos números naturales es un número entero.

Rpta.:

FFF

Pregunta N.° 8

Determine el menor número natural divisible por los números primos p, q y r, sabiendo que $r-q=2p$ y $rq+p^2=676$

Rpta.:

2001

Pregunta N.° 9

Calcule el valor mínimo de la función objetivo $f_{(x,\,y)}=3x+6y$ sujeto a las siguientes restricciones:

$2x+3y \geq 12,$

$2x+5y \geq 16,$

$x \geq 0,$

$y \geq 0.$

Rpta.:

21

Pregunta N.° 10

Sea $f: A \rightarrow \mathbb{R}$ una función definida por:

$$f_{(x)} = \ln\left[\log_{1/2}\left(5-x^2\right)\right]$$

donde $A=\text{Dom}(f) \subset \mathbb{R}$. Entonces la cantidad de números enteros que posee el conjunto A es:

Rpta.:

0

Pregunta N.° 11

Se vende 300 unidades de un cierto libro con un precio unitario de S/60. Luego por cada descuento de S/5 en el precio unitario se venden 45 unidades más. Determine el precio máximo a fijar para obtener un ingreso de al menos S/19 500.

Rpta.:

50

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO
CREEMOS EN LA EXIGENCIA

Pregunta N.° 12

Sea A y B dos conjuntos, definidos por:

$A=\{n \in \mathbb{R}: n < 2 \leftrightarrow 2n > 1\}$ y

$B=\{n \in \mathbb{R}: n \in A \rightarrow n < 1\}$

Determine $A \cup B$.

Rpta.:

$\mathbb{R}$

Pregunta N.° 13

Considere las siguientes ecuaciones cuadráticas, donde $a \neq 1$:

$x^2+ax+1=0$,

$x^2+x+a=0$,

$x^2+(b-1)x-b=0$.

Sabiendo que las tres ecuaciones poseen una raíz real en común y una de las ecuaciones posee dos raíces enteras positivas, siendo una el triple de la otra, determine $a+b$.

Rpta.:

-5

Pregunta N.° 14

Sea $f_{(x)} = \log(|\text{sen}\, x|)$ entonces el rango de f es el conjunto:

Rpta.:

$\langle -\infty; 0]$

Pregunta N.° 15

Sea f una función afín y biyectiva tal que $f_{(1)}=3$ y $f^*_{(0)}=2$. Calcule $f^*_{(6)}$

[f^*: función inversa de f]

Rpta.:

0

Pregunta N.° 16

Del polinomio $p_{(x)}=2x^3-6x^2+11x-3$, se puede decir que:

Rpta.:

Ninguna raíz es racional.

Pregunta N.° 17

Considere las matrices $B=\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ y

$$\begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} \\ f_{21} & f_{22} \end{bmatrix} = B^{25}+B^{24}+B^{23}+\ldots+B+2I$$

Calcule $f_{11}+f_{12}+f_{21}+f_{22}$

Rpta.:

5

Pregunta N.° 18

Dado el sistema de inecuaciones

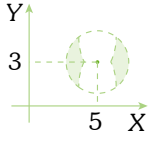
$x^2+y^2-10x-6y<-30$,

$y-x^2+10x<27$,

$10x-x^2-y<21$.

Señale el gráfico más próximo al conjunto solución del sistema anterior.

Rpta.:



ACADEMIA CÉSAR VALLEJO
CREEMOS EN LA EXIGENCIA

Pregunta N.° 19

Sean $\|(x, y)\|_1 = |x| + |y|$,

$\|(x, y)\|_2 = máx\{|x|, |y|\}$ para $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.

Calcule el área de la región C, donde

$C = \{(x, y) : \|(x, y)\|_2 \leq 1 \text{ y } \|(x, y)\|_1 \geq 1\}$

Rpta.:

2

Pregunta N.° 20

De la sucesión (a_n) donde

$a_n = \left(3^n + 4^n\right)^{\frac{1}{n}}$ donde $n \in \mathbb{N}$.

Podemos afirmar que:

Rpta.:

$3 < a_n \leq 8$

Pregunta N.° 21

Si los radios de dos circunferencias miden 2 u y 6 u y la distancia entre los centros es de 20 u, calcule (en u) la distancia entre el punto de intersección de las tangentes interiores y el punto de intersección de las tangentes exteriores comunes a las dos circunferencias.

Rpta.:

15

Pregunta N.° 22

$ABCD$-$EFGH$ es un hexaedro regular, con $M \in \overline{AE}$, $N \in \overline{BF}$, $P \in \overline{CG}$ y $Q \in \overline{DH}$. Si $AM=2$ u, $PC=4$ u, $AE=6$ u y el volumen del sólido ADC-MQP es 42 u^2, calcule la diferencia NB-QD (en u).

Rpta.:

4

Pregunta N.° 23

En un triángulo ABC, $AB=1$ u, $AC=\sqrt{3}$ u. Se toma un punto P exterior al lado BC, de modo que $m\measuredangle BPC=2m\measuredangle BCA$. Si $BC=PC$ y $\overline{AB}//\overline{CP}$, calcule (en u) el valor de la mediana relativa al lado AC.

Rpta.:

$\frac{\sqrt{7}}{2}$

Pregunta N.° 24

En una circunferencia se trazan dos cuerdas paralelas a un mismo lado del centro, una de 15 cm y la otra de 25 cm. Si distan entre sí 8 cm, ¿cuál es la longitud (en cm) del diámetro de la circunferencia?

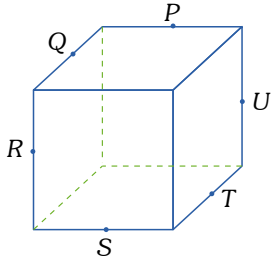
Rpta.:

25,4

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO
CREEMOS EN LA EXIGENCIA

Pregunta N.° 25

La figura representa un cubo de arista a cm. Calcule el área (en cm^2) del polígono $PQRSTU$, si P, Q, R, S, T, U son puntos medios de las aristas.



Rpta.:

$$\frac{3\sqrt{3}}{4}a^2$$

Pregunta N.° 26

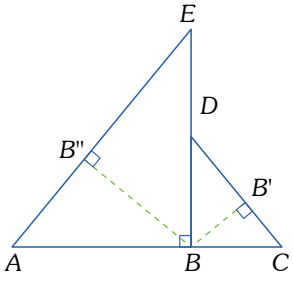
Por los vértices de un triángulo equilátero ABC se trazan rectas paralelas. Si las distancias de las rectas paralelas extremas a la central son 3 u y 5 u respectivamente, calcule el área del triángulo ABC (en u^2).

Rpta.:

$$\frac{49}{3}\sqrt{3}$$

Pregunta N.° 27

En la figura, $AB=8$ cm, $AC=12$ cm, $AE=10$ cm y D es punto medio de $\overline{BE}$. Calcule $\dfrac{BB'}{BB''}$.



Rpta.:

$$\frac{1}{2}$$

Pregunta N.° 28

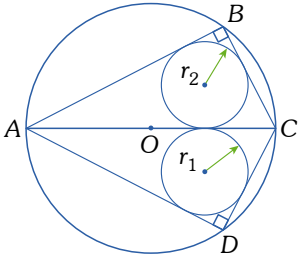
Determine el número de triángulos escalenos, de perímetro menor que 10 u y cuyos lados tengan medidas enteras.

Rpta.:

1

Pregunta N.° 29

Se inscribe un cuadrilátero $ABCD$ en una circunferencia como se aprecia en la figura. El perímetro del cuadrilátero es de 50 cm y el diámetro de la circunferencia AC es igual a 20 cm. Calcule r_1+r_2 en cm.



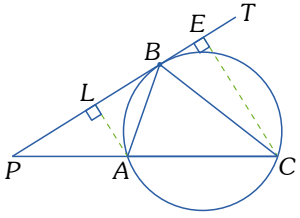
Rpta.:

5

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO
CREEMOS EN LA EDUCACIÓN

Pregunta N.° 30

En la siguiente figura, del punto P se traza una tangente $\overline{PT}$ y una secante $\overline{PC}$. Si $AC=12{,}5$ cm, $CE=13{,}5$ cm y $AL=6$ cm, determine el valor de $\frac{BC}{AB}$.



Rpta.:

1,50

Pregunta N.° 31

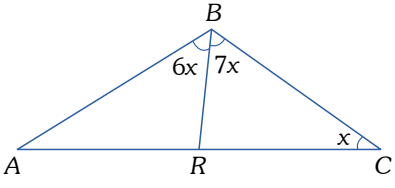
En un tetraedro regular $A\text{-}BCD$ de arista igual a 4 u, exterior a un plano P, las distancias de B, C y D al plano P son 2 u, 6 u y 4 u respectivamente. Calcule (en u) la distancia del incentro del triángulo BCD a plano P.

Rpta.:

4,0

Pregunta N.° 32

En la figura siguiente, $AB=RC$.



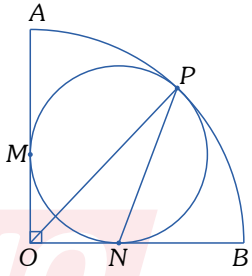
Determine el valor de x.

Rpta.:

12°

Pregunta N.° 33

En la figura mostrada, M, N y P son puntos de tangencia de la circunferencia inscrita en el sector circular AOB. Si $m\measuredangle OPN=\theta$ rad, entonces el valor de $\cot(\theta)$ es:



Rpta.:

$\sqrt{2}+1$

Pregunta N.° 34

Determine el rango de la función $f:[-1;\,1]\rightarrow\mathbb{R}$ definida por

$$f_{(x)}=\frac{\operatorname{arcsen}(x)+\frac{\pi}{2}}{\arccos(x)-2\pi}$$

Rpta.:

$\left[-\frac{1}{2};0\right]$

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO
CREEMOS EN LA EXIGENCIA

Pregunta N.° 35

La ecuación de la cónica que sigue:

$$x^2+2\sqrt{3}\,xy+3y^2+8\sqrt{3}x-8y+32=0$$

corresponde a:

Rpta.:

Parábola

Pregunta N.° 36

Sean x, y, z las medidas de los ángulos interiores de un triángulo tales que
$\cot(x)+\cot(y)=3\tan(z)\cot(x)\cot(y)$.
Determine $\tan(x)$ en función del ángulo y.

Rpta.:

$4\cot(y)$

Pregunta N.° 37

Una población de aves amazónicas tiene modelo de crecimiento dado por la fórmula: $N(t)=10^3(2\cos(\beta t)+5)$ aves, t en años, con fluctuaciones periódicas de 7 años. Determine el menor tiempo en que la población será de 6000 aves.

Rpta.:

1 año y 2 meses

Pregunta N.° 38

Determine para qué valores de $x \in \langle 0;\ 2\pi\rangle$ se cumple:

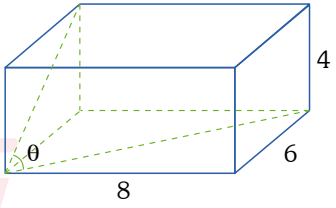
$$\frac{\cot^2(x)+4}{2\,\mathrm{sen}^2(x)+5\,\mathrm{sen}(x)-3}>0$$

Rpta.:

$$\left\langle \frac{\pi}{6};\ \frac{5\pi}{6}\right\rangle$$

Pregunta N.° 39

En el paralelepípedo rectangular de la figura, determine aproximadamente la medida del ángulo θ.



Rpta.:

60°

Pregunta N.° 40

Las letras S, C y R denotan la medida de un mismo ángulo en los sistemas sexagesimal, centesimal y radial, respectivamente.

Dadas las siguientes proposiciones:

I. Existe un ángulo no nulo tal que $S+R=C$.

II. Existe un ángulo no nulo tal que $S=CR$.

III. Existe un ángulo tal que $S>C$.

Son correctas:

Rpta.:

solo II y III

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO
EXCELENCIA EN LA EXIGENCIA